

**Hajdú-Bihar megyei középiskolások matematika versenye
2019/2020**

– 12. évfolyam –

1. feladat

Egy elektromos gépkocsi alkatrészeket gyártó üzemben a gyártásnál azt tapasztalták, hogy egy speciális alkatrésznek 3 %-a hibás. Mekkora annak valószínűsége, hogy a véletlenszerűen kiválasztott 8 darab speciális alkatrész között

- a) nincs hibás?
- b) legalább két hibás van? 12 pont

2. feladat

Írjuk fel a páratlan természetes számokat háromszög alakban az ábrán látható módon, úgy hogy minden sorban eggyel több szám legyen, mint az előzőben.

1
3 5
7 9 11
13 15 17 19
21 23 ...

- a) Adjuk meg n függvényében, hogy melyik szám áll az n -edik sor elején, illetve a végén!
- b) Mennyi az n -edik sorban szereplő számok összege?
- c) Mennyi lesz a számok összege abban a sorban, amelyikben a 2019 szerepel?

12 pont

3. feladat

Ábrázoljuk a derékszögű koordináta-rendszerben azokat a pontokat, amelyek $(x; y)$ koordinátáira teljesül a következő egyenlőtlenség!

$$2|x+y| \leq |x| + |y| \quad 12 \text{ pont}$$

4. feladat

Egy R sugarú gömbbe írt henger m magassága a gömb sugarának x -szerese, ahol $0 < x < 2$. Milyen x érték esetén lesz a gömbbe írt henger és a gömb térfogatának aránya maximális?

12 pont

5. feladat

Igazoljuk, hogy

$$\sin 3^\circ \cdot \sin 21^\circ \cdot \sin 39^\circ \cdot \sin 57^\circ \cdot \sin 75^\circ \cdot \sin 93^\circ \cdot \sin 111^\circ \cdot \sin 129^\circ \cdot \sin 147^\circ \cdot \sin 165^\circ = \left(\frac{1}{2}\right)^{10}$$

12 pont