

**Debreceni Egyetem  
Természettudományi és Technológiai Kar  
Matematikai Intézet**

# **OKLEVÉLKÖVETELMÉNYEK**

**OSZTATLAN  
MATEMATIKATANÁR  
SZAK**  
(2018 kezdéssel)

# Matematikatanár szak

A szak megnevezése: *matematikatanár (Teacher of Mathematics)*

Szakfelelős: *Dr. Gaál István egyetemi tanár*

Szerezhető végzettségi szint és szakképzettség oklevélben szereplő megjelölése:

Végzettségi szint: *mesterfokozat (MA)*

Szakképzettség: *okleveles matematikatanár (Teacher of Mathematics)*

## Képesítési követelmények

A szakon az oklevél megszerzésének általános követelményeit a DE Tanulmányi és Vizsgaszabályzata tartalmazza.

1. A matematikatanár szak követelményei:

- közös képzési szakasz tárgyai
- középiskolai vagy általános iskolai tanár szak önálló képzési szakasz tárgyai

2. A másik szakra vonatkozó követelmények

3. A tanárszakra vonatkozó közös követelmények (pl. pedagógia-pszichológia tárgyak, tanítási gyakorlat, portfólió, stb.)

4. Államilag elismert legalább középfokú C típusú nyelvvizsga (a tanárszakosokra vonatkozó nyelvi követelmények figyelembevételével)

5. Testnevelési követelmények

## Osztatlan matematikatanár szak ajánlott háló

### KÖZÉP- ÉS ÁLTALÁNOS ISKOLAI MATEMATIKATANÁR KÉPZÉS: KÖZÖS SZAKASZ

Kód	Tantárgynév	Kre- dit	Heti óraszám		Számon- kérés	Előfeltételek	Jav. fél- év
			Elm.	Gyak.			
TMOG0001	Matematikai alapozás	0		1	A		1
TMOE0105	Bevezetés az algebrába és számelméletbe	3	2		K	TMOG0105(p)	1
TMOG0105	Bevezetés az algebrába és számelméletbe	3		3	Gy		1
TMOE0106	Lineáris algebra 1.	3	2		K	TMOG0106(p)	1
TMOG0106	Lineáris algebra 1.	2		2	Gy		1
TMOE0205	Halmazok és függvények	3	2		K	TMOG0205(p)	1
TMOG0205	Halmazok és függvények	2		2	Gy		1
TMOE0206	Bevezetés az analízisbe	4	3		K	TMOE0205 TMOG0206(p)	2
TMOG0206	Bevezetés az analízisbe	2		2	Gy	TMOE0205	2
TMOG0605	Informatika alapjai	2		3	Gy		2
TMOE0207	Differenciál- és integrálszámítás	4	3		K	TMOG0001 TMOE0206 TMOG0207(p)	3
TMOG0207	Differenciál- és integrálszámítás	3		3	Gy	TMOG0001 TMOE0206	3
TMOE0304	Geometria 1.	3	2		K	TMOG0304(p)	3
TMOG0304	Geometria 1.	2		2	Gy		3
TMOE0607	Halmazelmélet és matematikai logika	3	2		K	TMOE0205 TMOG0607(p)	4
TMOG0607	Halmazelmélet és matematikai logika	2		2	Gy	TMOE0205	4
TMOE0306	Geometria 2.	3	2		K	TMOE0106 TMOG0306(p)	4
TMOG0306	Geometria 2.	2		2	Gy	TMOE0106	4
TMOG0501	Elemi matematika (algebra, számelmélet)	2		2	Gy	TMOG0001 TMOE0105 TMOE0106	4
TMOG0502	Elemi matematika (analízis)	2		2	Gy	TMOE0207	4
TMOE0107	Számelmélet 1.	3	2		K	TMOE0105 TMOG0107(p)	5
TMOG0107	Számelmélet 1.	2		2	Gy	TMOE0105	5
TMOE0308	Nemeuklideszi geometriák	3	2		K	TMOE0304 TMOE0306 TMOG0308(p)	5
TMOG0308	Nemeuklideszi geometriák	2		2	Gy	TMOE0304 TMOE0306	5
TMOG0503	Elemi matematika (geometria)	2		2	Gy	TMOG0001 TMOE0304 TMOE0306	5
TMOE0504	Matematika szakmódszertan 1.	2	2		K	TMOE0105 TMOE0206 TMOE0304	5
TMOG0505	Matematika szakmódszertan 2.	2		2	Gy	TMOE0504	6
TMOE0401	Bevezetés a valószínűségszámításba és statisztikába 1.	3	2		K	TMOE0207 TMOG0401(p)	6

TMOG0401	Bevezetés a valószínűségszámításba és statisztikába 1.	2		2	Gy	TMOE0207	6
TMOE0606	Matematikatörténet	3	2		K		6
TMOG0506	Problémamegoldó szeminárium	3		3	Gy	TMOE0504	6
TMOG0901	Általános tájékoztatás	0		1	A		1

### KÖZÉPISKOLAI MATEMATIKATANÁR KÉPZÉS: ÖNÁLLÓ SZAKASZ

Kód	Tantárgynév	Kredit	Heti óraszám		Számonkérés	Előfeltételek	Jav. fél-év
			Elm.	Gyak.			
TMOE0111	Kombinatorika és gráfelmélet	4	3		K	TMOG0111(p)	7
TMOG0111	Kombinatorika és gráfelmélet	2		2	Gy		7
TMOE0110	Számelmélet 2.	3	2		K	TMOE0107 TMOG0110(p)	7
TMOG0110	Számelmélet 2.	2		2	Gy	TMOE0107	7
TMOG0508	Matematikatanítás a középiskolában 1.	2		2	Gy	TMOG0505	7
TMOG0509	Matematikatanítás a középiskolában 2.	2		2	Gy	TMOG0508	8
TMOE0109	Algebra 1.	3	2		K	TMOE0105 TMOE0106 TMOG0109(p)	8
TMOG0109	Algebra 1.	2		2	Gy	TMOE0105 TMOE0106	8
TMOE0208	Többváltozós függvények differenciál- és integrálszámítása	4	3		K	TMOE0207 TMOG0208(p)	8
TMOG0208	Többváltozós függvények differenciál- és integrálszámítása	3		3	Gy	TMOE0207	8
TMOE0209	Alkalmazott és komplex analízis, differenciálegyenletek	3	2		K	TMOE0208 TMOG0209(p)	9
TMOG0209	Alkalmazott és komplex analízis, differenciálegyenletek	2		2	Gy	TMOE0208	9
TMOE0309	Differenciálgeometria	3	2		K	TMOE0306 TMOE0208 TMOG0309(p)	9
TMOG0309	Differenciálgeometria	2		2	Gy	TMOE0306 TMOE0208	9
TMOE0402	Bevezetés a valószínűségszámításba és statisztikába 2.	3	2		K	TMOE0401 TMOG0402(p)	9
TMOG0402	Bevezetés a valószínűségszámításba és statisztikába 2.	2		2	Gy	TMOE0401	9
TMOG0310	Ábrázoló geometria	2		2	Gy		10
TMOE0311	Bevezetés a vektoranalízisbe	3	1	1	K	TMOE0208	10
TMOG0507	Középiskolai versenyfeladatok	3		3	Gy	TMOG0506	10
TMS0551	Középiskolai matematikatanári zárószigorlat	1			Sz	*	10

## ÁLTALÁNOS ISKOLAI MATEMATIKATANÁR KÉPZÉS: ÖNÁLLÓ SZAKASZ

Kód	Tantárgynév	Kredit	Heti óraszám		Számonkérés	Előfeltételek	Jav. fél-év
			Elm.	Gyak.			
TMOE0115	Fejezetek az algebrából és kombinatorikából	4	3		K	TMOE0107 TMOG0115(p)	7
TMOG0115	Fejezetek az algebrából és kombinatorikából	2		2	Gy	TMOE0107	7
TMOG0510	Általános iskolai versenyfeladatok	3		3	Gy	TMOG0506	7
TMOG0511	Matematikanitás az általános iskolában 1.	2		2	Gy	TMOG0505	7
TMOG0512	Matematikanitás az általános iskolában 2.	2		2	Gy	TMOG0511	8
TMOE0210	Fejezetek a klasszikus analízisből	4	3		K	TMOE0207 TMOG0210(p)	8
TMOG0210	Fejezetek a klasszikus analízisből	3		3	Gy	TMOE0207	8
TMOG0310	Ábrázoló geometria	2		2	Gy		8
TMOS0552	Általános iskolai matematikatanári zárószigorlat	1			Sz	*	8

### SZAKDOLGOZAT

Kód	Tantárgynév	Kredit	Heti óraszám		Számonkérés	Előfeltételek	Jav. fél-év
			Elm.	Gyak.			
TMOG0701	Szakedolgozat 1.	4			Gy		7/9
TMOG0702	Szakedolgozat 2.	4			Gy		8/10

Szakedolgozatot a hallgató választása alapján az egyik szakján kell készítenie, így a fenti tárgyakat csak abban az esetben kell teljesíteni, ha a hallgató matematikából írja a szakedolgozatát. A Szakedolgozat tárgyak az általános vagy középiskolai tanárképzés önálló szakaszában teljesíthetőek.

A javasolt félévek tájékoztató jellegűek, a hallgató a kétszakos órarendjétől függően, az előfeltételek betartásával az egyes tárgyakat egy évvel korábban vagy később is felveheti.

A hálótervben egyes előadás esetén az előfeltétel oszlopában (p) megjelöléssel szerepel a tantárgy vele párhuzamos hallgató, gyakorlati jeggyel záruló gyakorlata. Ebben az esetben a tárgy felvételének természetesen nem előfeltétele a gyakorlat, de vizsgázni csak a gyakorlat sikeres teljesítése esetén lehet.

\*: A zárószigorlat az összes kötelező szakmai kredit teljesítését követően tehető le.

A Matematikai Intézet által az osztatlan matematikatanár szakosok esetében támogatott szabadon választható szakmai tárgy a Matematikai tehetséggondozás (TMOG0561/TMOG0562, 0+1 óra, 1 kredit), melyet általános iskolában/középiskolában végzett, az Intézet által elismert tehetséggondozó tevékenységgel lehet teljesíteni. A Matematikai Intézet az osztatlan matematikatanár szakosok számára szabadon választható szakmai tárgyakat is meghirdet. Ezek között szerepelnek rendszeresen hirdetett kurzusok:

- Bevezetés a matematikai programcsomagok használatába (TMOG0604, 0+2 óra, 2 kredit) ▼,
- (Válogatott matematikai érdekeségek, 3 kredit),
- (Válogatott érdekeségek a matematikai analízisben, 3 kredit),
- (Geometriai játékok, 3 kredit);

valamint eseti jelleggel hirdetett, például vendégoktató által tartott kurzusok is.

▼: A matematika-informatika szakpár esetén ez a tárgy informatika szakos kóddal a középiskolai képzési szakaszon előírt szakmai blokkba tartozik, így szabadon választhatóként ebben a formában nem vehető fel.

## Tantárgyi tematikák

### Közép- és általános iskolai matematikatanár képzés: közös szakasz tárgyai

#### **TMOG0001**

##### **Matematikai alapozás**

**0+1 óra, 0+0 kredit, A**

**Tárgyfelelős: Dr. Varga Nóra**

**Előfeltétele: nincs**

Algebrai átalakítások. Különböző egyenletek, egyenletrendszerek, egyenlőtlenségek és egyenlőtlenség rendszerek megoldása. Trigonometriai alapfogalmak. Koordinátageometriai alapfogalmak.

##### Irodalom:

Középiskolai tankönyvek.

Vincze Csaba: Trigonometria és koordinátageometria, Kossuth Egyetemi Kiadó, 2008.

#### **TMOE0105, TMOG0105**

##### **Bevezetés az algebra és számelméletbe**

**2+3 óra, 3+3 kredit, K+Gy**

**Tárgyfelelős: Dr. Pintér Ákos**

**Előfeltétele: nincs**

Relációk, algebrai struktúrák, műveletek és tulajdonságaik. Oszthatóság és maradékos osztás  $Z$ -ben. Legnagyobb közös osztó, az Euklideszi algoritmus. Kongruencia-reláció és maradékosztályok  $Z$ -ben, maradékosztály-gyűrű. Az Euler-Fermat-tétel. Lineáris kongruenciák. Lineáris kongruencia-rendszerek, kínai maradéktétel. Két- és többváltozós lineáris diofantikus egyenletek. A Peano-axiómák,  $N$ ,  $Z$ ,  $Q$ . Komplex számok, műveletek, konjugált, abszolút érték. Komplex számok trigonometrikus alakja, a Moivre-tétel,  $n$ -edik gyökvonás, egységgyökök. Test fölötti polinomgyűrű. Euklideszi osztás, legnagyobb közös osztó. A  $Z[x]$ ,  $Q[x]$ ,  $R[x]$ ,  $C[x]$  gyűrűk, abszolút érték. Az algebra alaptétele. Parciális törtre bontás. Algebrai egyenletek, diszkrimináns, rezultáns, többszörös gyök, harmad- és negyedfokú egyenletek. Többhatározatlanú polinomok, szimmetrikus és elemi szimmetrikus polinomok, a szimmetrikus polinomok alaptétele.

##### Irodalom:

Kiss Emil: Bevezetés az algebra, Typotex, 2007.

Szendrei János: Algebra és számelmélet, Nemzeti Tankönyvkiadó, 2001.

Sárközy András, Surányi János: Számelmélet feladatgyűjtemény, Nemzeti Tankönyvkiadó, 1990.

D.K. Fagyejev, I. Sz. Szominszkij: Felsőfokú algebrai példatár, Typotex, 2000.

Szendrei Ágnes: Diszkrét matematika, Polygon, 1994.

#### **TMOE0106, TMOG0106**

##### **Lineáris algebra 1.**

**2+2 óra, 3+2 kredit, K+Gy**

**Tárgyfelelős: Dr. Gaál István**

**Előfeltétele: nincs**

Algebrai alapfogalmak. Determinánsok. Műveletek mátrixokkal. Vektorterek, bázis, dimenzió. Lineáris leképezések. Bázis és koordináta transzformáció. Rangszám tétel. Alterek összege. Faktorterei. Lineáris egyenletrendszerek. Lineáris transzformációk mátrixa. Műveletek lineáris transzformációkkal. Hasonló mátrixok. Sajátérték, sajátvektor, karakterisztikus polinom. Sajátvektorokból álló bázis létezése.

##### Irodalom:

Gaál István és Kozma László: Lineáris algebra, Kossuth Egyetemi Kiadó, 2004.

Freud Róbert: Lineáris algebra, ELTE Eötvös Kiadó, 1998.

P. R. Halmos: Véges dimenziós vektorterek, Műszaki Könyvkiadó, 1984.

Kovács Zoltán: Feladatgyűjtemény lineáris algebra gyakorlatokhoz, Kossuth Egyetemi Kiadó, 1998.

Rózsa Pál: Lineáris algebra és alkalmazásai, Műszaki Könyvkiadó, 1974.

**TMOE0205, TMOG0205**  
**Halmazok és függvények**  
**2+2 óra, 3+2 kredit, K+Gy**  
**Tárgyfelelős: Dr. Lovas Rezső**  
**Előfeltétele: nincs**

Halmazelméleti alapok. Relációk. Ekvivalencia, rendezési és függvény reláció. Alapvető fogalmak parciálisan rendezett halmazokban; Tarski fixponttétele. Halmazok számossága; Cantor tétele és a Schröder–Bernstein tétel. A valós számok axiómarendszere, fontosabb következmények. A valós számok nevezetes részhalmazai: természetes számok, egész számok, racionális és irracionális számok. A valós számok meghatározottsági tulajdonsága. Az  $n$ -edik gyök létezése és egyértelműsége;  $p$ -adikus törtek. Nevezetes egyenlőtlenségek. A komplex számok teste. Számhalmazok számossága.

Irodalom:

Császár Ákos: Valós analízis I., Nemzeti Tankönyvkiadó, Budapest, 1999.  
Lajkó Károly: Analízis I., Debreceni Egyetem Matematikai és Informatikai Intézet, Debrecen, 2000.  
Leindler László, Schipp Ferenc: Analízis I., Tankönyvkiadó, Budapest, 1990.  
Walter Rudin: A matematikai analízis alapjai, Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1978.  
Székelyhidi László: Halmazok és függvények, Palotadoktor Bt., 2008.  
Gecse Frigyes: Matematikai alapok, Z-Press Kiadó, Miskolc, 2013.

**TMOE0206, TMOG0206**  
**Bevezetés az analízisbe**  
**3+2 óra, 4+2 kredit, K+Gy**  
**Tárgyfelelős: Dr. Bessenyei Mihály**  
**Előfeltétele: TMOE0205**

Valós számsorozatok konvergenciája. Konvergencia, korlátosság és monotonitás kapcsolata. A Bolzano–Weierstrass-tétel és a Cauchy-féle konvergenciakritérium. Konvergencia és műveletek, határérték és rendezés kapcsolata. Nevezetes sorozatok; az Euler-féle szám. Sorozat torlódási pontja, alsó és felső határértéke. Alkalmazások. Komplex számsorozatok konvergenciája. Bolzano–Weierstrass-tétel, Cauchy-kritérium komplex sorozatokra. Konvergencia és műveletek kapcsolata. Komplex számsorok; abszolút és feltételes konvergencia. Sorösszegzés és műveletek, csoportosított és átrendezett sorok. Riemann tétele. Komplex mértani sor; az összehasonlító-, gyök- és hányadoseszt. Abel-féle formula; Dirichlet, Leibniz és Abel tételei. Cauchy-féle szorzatsor, Mertens-tétel. Függvénysorozatok és függvénytörtek pontonkénti és egyenletes konvergenciája. Az egyenletes konvergencia Cauchy-féle kritériuma és Weierstrass-féle elegendő feltétele. Hatványsorok; a Cauchy–Hadamard-tétel. Elemi függvények és addíciós tételeik. Metrikus terek, normált terek, Banach-terek, euklideszi terek. Alapfogalmak metrikus terekben. Ekvivalens metrikák és ekvivalens normák. A kompaktság Hausdorff-féle jellemzése. Euklideszi terek speciális normái. A Bolzano–Weierstrass-tétel és Heine–Borel-tétel. Folytonosság és átviteli elv metrikus terekben. Folytonosság és műveletek, összetett függvény folytonossága. Kompaktság és folytonosság, összefüggőség és folytonosság kapcsolata. Folytonos bijekciók kompakt halmazon. Egyenletes folytonosság és jellemzése.

Irodalom:

Császár Ákos: Valós analízis I., Nemzeti Tankönyvkiadó, Budapest, 1999.  
Lajkó Károly: Analízis I., Debreceni Egyetem Matematikai és Informatikai Intézet, Debrecen, 2000.  
Leindler László, Schipp Ferenc: Analízis I., Tankönyvkiadó, Budapest, 1990.  
Walter Rudin: A matematikai analízis alapjai, Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1978.  
Székelyhidi László: Bevezetés az analízisbe, Palotadoktor Bt., 2009.

**TMOG0605**  
**Informatika alapjai**  
**0+3 óra, 0+2 kredit, Gy**  
**Tárgyfelelős: Dr. Tengely Szabolcs**  
**Előfeltétel: nincs**

Matematikai formulák LaTeX-ben. Prezentáció készítése LaTeX-ben. Hivatalos levél és önéletrajz készítés LaTeX-ben. Szakdolgozat/diplomamunka készítéséhez szükséges dokumentum váz megismerése. A SageMath alapvető parancsainak áttekintése. Egyszerű struktúrák létrehozása, programozási eszközök. Függvények létrehozása a rendszerben.

Irodalom:

Wetli Ferenc, Mayer Gyula, Sudár Csaba: LaTeX kezdőknek és haladóknak, Panem Kiadó, Budapest, 1998.  
Gregory Bard: SageMath for Undergraduates

**TMOE0207, TMOG0207****Differenciál- és integrálszámítás****3+3 óra, 4+3 kredit, K+Gy****Tárgyfelelős: Dr. Bessenyei Mihály****Előfeltétele: TMOE0206, TMOG0001**

Függvények határértéke; átviteli elv. Cauchy-kritériumok; határérték kapcsolata a műveletekkel és a rendezéssel. Határérték és egyenletes konvergencia, folytonosság és egyenletes konvergencia kapcsolata; Dini tétele. Jobb- és baloldali határérték; szakadási helyek; elsőfajú szakadási helyek osztályozása; monoton függvények határérték tulajdonságai. Nevezetes határértékek; a pi bevezetése. Elemi függvényekből származó függvények. Differenciálhatóság és lineáris approximálhatóság. Differenciálhatóság és folytonosság; differenciálhatóság és műveletek; lánc-szabály és az inverzfüggvény differenciálhatósága. Lokális szélsőérték, Fermat-elv. A Rolle-, Lagrange-, Cauchy- és Darboux-féle középértéktétel. L'Hospital-szabályok. Többszöri differenciálhatóság; Taylor-tétel, monotonitás és differenciálhatóság, szélsőérték magasabbrendű feltétele. Konvex függvények. Primitív függvény fogalma; alapintegrálok, integrálási szabályok. Riemann-integrál és integrálhatósági kritériumok; az integrál tulajdonságai és integrálási módszerek. Az integrálható függvények főbb osztályai. Egyenlőtlenségek, középértéktételek Riemann-integrálra. A Newton–Leibniz-tétel és a felsőhatár-függvény tulajdonságai. A Riemann-integrálhatóság és az egyenletes konvergencia kapcsolata. A Lebesgue-kritérium. Improprius Riemann-integrál és kritériumai.

**Irodalom:**

Császár Ákos: Valós analízis I.–II., Nemzeti Tankönyvkiadó, Budapest, 1999.

Lajkó Károly: Analízis II., Debreceni Egyetem Matematikai és Informatikai Intézet, Debrecen, 2003.

Leindler László, Schipp Ferenc: Analízis I., Tankönyvkiadó, Budapest, 1990.

Makai Imre: Differenciál- és integrálszámítás, Tankönyvkiadó, Budapest, 1992.

Walter Rudin: A matematikai analízis alapjai, Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1978.

Szász Pál: A differenciál- és integrálszámítás elemei I., Typotex Kiadó, 2000.

Székelyhidi László: Differenciál- és integrálszámítás, Palotadoktor Bt., 2009.

**TMOE0304, TMOG0304****Geometria 1.****2+2 óra, 3+2 kredit, K+Gy****Tárgyfelelős: Dr. Vincze Csaba****Előfeltétele: nincs**

Az abszolút geometria axiómarendszerének áttekintése: illeszkedési axiómák, vonalzó-, félsík-, szögmérő- és kongruencia-axióma. Fejezetek az abszolút geometriából: kongruencia-tételek, merőleges és párhuzamos egyenesek, a párhuzamosság elegendő feltételei, egyenlőtlenségek. Az euklideszi párhuzamossági axióma és ekvivalensei. Az euklideszi geometria bevezető fejezetei (paralelogramma-tételek, a párhuzamos szelők tételei, hasonló háromszögek). Az euklideszi sík egybevágósági transzformációinak előállítása tükrözések kompozíciójaként, az osztályozási tétel. Az euklideszi tér egybevágósági transzformációinak előállítása tükrözések kompozíciójaként, az osztályozási tétel. Hasonlósági transzformációk, a hasonlóságok fixponttétele. Az euklideszi sík/tér hasonlóságainak osztályozása. A hasonlóság és az egybevágóság általános fogalma. Geometriai mértékelmélet: a területmérő függvény, Jordan mérték a síkon, a kör területe, a térfogatmérés axiómái, a gömb térfogata. A körív hossza, a gömb és részeinek felszíne.

**Irodalom:**

Hajós György: Bevezetés a geometriába, Tankönyvkiadó, Budapest, 1962.

John Roe: Elementary Geometry, Oxford University Press, 1993.

Kovács Zoltán: Geometria, Kossuth Egyetemi Kiadó, Debrecen, 1999.

Laczkovich Miklós: Sejtés és bizonyítás, Typotex, 1998.

Szilasi József: Geometria I., KLTE TTK, Debrecen, 1990.

**TMOE0607, TMOG0607****Halmazelmélet és matematikai logika****2+2 óra, 3+2 kredit, K+Gy****Tárgyfelelős: Dr. Figula Ágota****Előfeltétele: TMOE0205**

Naiv és axiomatikus halmazelmélet. Halmazok megadása, halmazműveletek, hatványhalmaz. Halmazok ekvivalenciája. Számosságok és összehasonlításuk, műveletek számosságokkal. Kiválasztási axióma. Rendezett halmazok, hasonlóság, rendtípusok. Jólrendezett halmazok, tulajdonságai, rendszámok és összehasonlításuk. Transzfinit indukció és rekurzió. Kiválasztási axióma ekvivalensei. Jólrendezési tétel. Számosságok tulajdonságai. A számosságok aritmetikájának alaptétele. A hatványfüggvény tulajdonságai. Kijelentéslogika, az



ítéletkalkulus formulái, igazságfüggvényük. Konjunktív és diszjunktív normálforma. Elsőrendű nyelvek. Struktúrák, formulák igazsága. Helyettesítés. A következmény fogalma. Prenex alak. A levezethetőség fogalma. Modell elméleti alapfogalmak. Löwenheim-Skolem-tételek. Gödel kompaktsági tétele. Alkalmazások. Rekurzív függvények. Church és Gödel tételei.

Irodalom:

Hajnal András, Hamburger Péter: Halmazelmélet. Tankönyvkiadó, 1983.

Komjáth Péter: Halmazelmélet, egyetemi jegyzet, Budapest, 2007.

Csirmaz László: Matematikai logika. egyetemi jegyzet, Budapest, 1994.

Ruzsa Imre: Bevezetés a modern logikába. Osiris Kiadó, Budapest, 2001.

Urbán János: Matematikai logika. Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1983 (példatár).

P. R. Halmos, L. E. Sigler: Elemi halmazelmélet. Halmazelméleti feladatok. Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1981.

Totik Vilmos: Halmazelméleti feladatok és tételek. Polygon, Szeged, 1997.

H. D. Ebbinghaus, J. Flum, W. Thomas: Mathematical Logic. Springer, 1984.

## **TMOE0306, TMOG0306**

### **Geometria 2.**

**2+2 óra, 3+2 kredit, K+Gy**

**Tárgyfelelős: Dr. Vincze Csaba**

**Előfeltétele: TMOE0106**

Euklideszi-affin geometria: a szabadvektorok háromdimenziós vektortere. Affin transzformációk, nyújtások, a nyújtások fixponttétele (a translációk és a homotéciák affin fogalma). Osztóviszony. Az affin geometria nevezetes tételei: Menelaosz tétele és a Ceva-tétel. Az euklideszi-affin tér analitikus modellje. Lineáris transzformációk, az általános lineáris csoport. Az affin transzformációk analitikus leírása, az affin transzformációk alaptétele. Vektorok skaláris, vektoriális és vegyes szorzata. Geometriai értelmezésük és a kiszámítási formulák. Az  $n$  dimenziós euklideszi vektortér. Tükrözések analitikus leírása, az egybevágósági transzformációk előállításuk tükrözések kompozíciójaként. Az ortogonális csoport. A 2 és 3 dimenziós euklideszi tér ortogonális csoportja. Egyenesek és síkok implicit és paraméteres megadása. Másodrendű görbék és felületek. A konvex geometria elemei: konvex halmaz, konvex burok, Caratheodory tétele. A Radon lemma és a Helly-tétel. Konvex poligon és poliéder. Euler és Descartes tételei, szabályos konvex poliéderek.

Irodalom:

Gaál István és Kozma László: Lineáris algebra. Kossuth Egyetemi Kiadó, Debrecen, 2009.

Kovács Zoltán: Geometria, Kossuth Egyetemi Kiadó, Debrecen, 1999.

John Roe: Elementary Geometry, Oxford University Press, 1993.

Vincze Csaba: Trigonometria és koordinátageometria, Kossuth Egyetemi Kiadó, 2008.

Vincze Csaba: Convex Geometry, University of Debrecen, 2013, TÁMOP-4.1.2.A/1-11/1-2011-0025.

## **TMOG0501**

### **Elemi matematika (algebra és számelmélet)**

**0+2 óra, 0+2 kredit, Gy**

**Tárgyfelelős: Dr. Varga Nóra**

**Előfeltétele: TMOE0105, TMOE0106, TMOG0001**

Az általános- és középiskolai matematika tananyaghoz szorosan kötődő algebrai, számelméleti témakörök feldolgozása feladatokon keresztül. Az elemi és felsőbb matematikai megoldások összehasonlítása, elemzése.

Irodalom:

Kántor Sándorné, Sümegi László: Elemi matematika II., Kossuth Egyetemi Kiadó, Debrecen, 1996.

Dr. Kántor Sándorné: Felvételi feladatok tematikus feldolgozásban. Studium, Debrecen, 2002.

Bárd Ágnes et al.: Készüljünk az érettségire matematikából emelt szinten. Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 2004.

## **TMOG0501**

### **Elemi matematika (analízis)**

**0+2 óra, 0+2 kredit, Gy**

**Tárgyfelelős: Dr. Mészáros Fruzsina**

**Előfeltétele: TMOE0207**

Az általános- és középiskolai matematika tananyaghoz szorosan kapcsolódó függvénytan témakörök feldolgozása feladatokon keresztül. Az elemi és a felsőbb matematikai megoldások összehasonlítása és elemzése.

Irodalom:

Geröcs László, Orosz Gyula, Paróczay József, Szász né Simon Judit: Matematika Gyakorló és érettségire

felkészítő feladatgyűjtemény II., Nemzeti Tankönyvkiadó, Budapest, 2009.

dr. Ruff János - Tóth Julianna: 15 próbaérettségi matematikából (emelt szint - írásbeli) - A 2017-től érvényes érettségi követelményrendszer alapján, Maxim Könyvkiadó Kft, 2017.

Dr. Geröcs László: Kétszintű érettségi nagykönyvek - Matematika - Emelt szint - Lektorált próbaérettségi feladatsorok, DFT-Hungária Kft, 2007.

### **TMOE0107, TMOG0107**

#### **Számelmélet 1.**

**2+2 óra, 3+2 kredit, K+Gy**

**Tárgyfelelős: Dr. Hajdu Lajos**

**Előfeltétele: TMOE0105**

Elem rendje, generátorelemek és jellemzésük  $Z_p$ -ben. Kvadratikus maradékok modulo  $p$ . Magasabb fokú kongruenciák. Számelméleti függvények. Additív és multiplikatív függvények, néhány nevezetes számelméleti függvény. Számelméleti függvények összegzési függvénye és Möbius-transzformáltja. A prímszámok sorozatának végtelensége. Prímszámokkal kapcsolatos nevezetes problémák. Prímszámok számtani sorozatokban, Dirichlet tétele. A prímek reciprokösszegének végtelensége. A  $\Pi(x)$  függvény viselkedése, a prímszámtétel. Rácsok, Blichfeldt és Minkowski tételei és alkalmazásuk. A Waring-féle problémakör. Pitagoraszi számhármások. Algebrai szám, algebrai egész szám. Az algebrai számok teste és az algebrai egészek gyűrűje. Algebrai számtestek. Fokszám, bázis, egészek gyűrűje, egységek csoportja. Másodfokú algebrai számtestek és előállításuk  $Q(\sqrt{d})$  alakban.

#### Irodalom:

Freud Róbert, Gyarmati Edit: Számelmélet, Nemzeti Tankönyvkiadó, Budapest, 2004.

Sárközy András, Surányi János: Számelmélet – feladatgyűjtemény, Nemzeti Tankönyvkiadó, Budapest, 1999.

### **TMOE0308, TMOG0308**

#### **Nemeuklideszi geometriák**

**2+2 óra, 3+2 kredit, K+Gy**

**Tárgyfelelős: Dr. Szilasi Zoltán**

**Előfeltétele: TMOE0304, TMOE0306**

Affin és projektív síkok axiómái. Affin síkok (például az euklideszi sík) projektív bővítése. A dualitás elve. A projektív síkok vektortér-modellje, homogén koordináták. Perspektivitások (centrális vetítések) és projektivitások. Pont- és sugárnégyes kettősviszonya, a Papposz-Stener tétel. Desargues és Papposz tételei. Teljes négyszög, teljes négyoldal, harmonikus pont- és sugárnégyesek. Kollineációk, a projektív geometria alaptétele. Centrális kollineációk és alkalmazásaik. A valós projektív sík másodrendű görbéi, projektív osztályozás. A Steiner-tétel. Pascal és Brianchon tételei. Pólus és poláris. A párhuzamossági axióma jelentősége, a hiperbolikus geometria felfedezése. A hiperbolikus síkgeometria Cayley-Klein-modellje, a Poincaré-féle körmodell és felsíkmodell. Az egybevágósági transzformációk leírása a modellekben. A hiperbolikus síkgeometria néhány elemi tétele: merőlegesség, háromszög-geometria. Gömbi geometria: távolságmérés a gömbön, gömbháromszögekkel kapcsolatos tételek. Elliptikus metrika.

#### Irodalom:

Szilasi Zoltán: Bevezetés a projektív geometriába, 2012.

Szilasi Zoltán: Geometriák és modelljeik, 2012.

H. S. M. Coxeter: Projektív geometria, Gondolat, 1986.

Csikós Balázs, Kiss György: Projektív geometria, Polygon, 2011.

Kurusa Árpád: Nemeuklideszi geometriák, Polygon, 2009.

Reiman István: Geometria és határterületei, Szalay Kft., 2001.

### **TMOG0503**

#### **Elemi matematika (geometria)**

**0+2 óra, 0+2 kredit, Gy**

**Tárgyfelelős: Herendiné Dr. Kónya Eszter**

**Előfeltétele: TMOE0207, TMOG0001**

Az általános- és középiskolai matematika tananyaghoz szorosan kötődő geometriai témakörök feldolgozása feladatokon keresztül. Az elemi és a felsőbb matematikai megoldások összehasonlítása, elemzése.

#### Irodalom:

Czapáry, Czapáry, Csete, Hegyi, Iványiné Harró, Morvai, Reiman: Matematika Gyakorló és érettségire felkészítő feladatgyűjtemény III. Geometriai feladatok gyűjteménye, Nemzeti Tankönyvkiadó, Budapest, 2006.

## **TMOE0504**

### **Matematika szakmódszertan 1.**

**2+0 óra, 2+0 kredit, K**

**Tárgyfelelős: Herendiné Dr. Kónya Eszter**

**Előfeltétele: TMOE0105, TMOE0206, TMOE0304**

A Nemzeti Alaptanterv és az erre épülő kerettanterv felépítése: fejlesztési feladatok, tematikai egységek, ismeretek rendszere.

A természetes szám és az alapműveletek értelmezése, a permanencia elven alapuló számkörbővítés. A számelmélet elemei. Az algebrai gondolkodásmód kialakítása. A relációk, függvények, sorozatok fogalmának megértése, a fejlesztés szintjei. Az egyenlet, egyenlőtlenség, egyenletrendszer mint a matematikai modellezés eszközei. A geometriai gondolkodás szintjei. A geometria alapvető fogalmainak, eljárásainak kialakítása, a geometriai szemléletmód fejlesztésének lehetőségei. A statisztikai és valószínűségi szemléletmód sajátosságai. A halmazok, logika, kombinatorika és a gráfelmélet szerepe a helyes matematikai gondolkodási módszerek elsajátításában.

#### Irodalom:

Kerettanterv, 5-8. és 9-12. évfolyam

Egy választott tankönyvcsalád, 5-12. évfolyam

Balla, Herendiné Kónya, Paulovits: A középiskolai matematikatanítás elméleti és gyakorlati kérdései, Debreceni Egyetemi Kiadó, Debrecen, 2015.

Balla, Herendiné Kónya, Paulovits: A kombinatorika, valószínűség, statisztika témakörök tanításának szakmódszertana, In. Revákné Markóczi (szerk.): Tanulmányok a levelező és részismereti tanárképzés tantárgypedagógiai tartalmi megújításáért – természettudományok, Debreceni Egyetemi Kiadó, Debrecen, 2015.  
Szendrei Julianna: Gondolod, hogy egyre megy?, Typotex Kiadó, Budapest, 2005.

## **TMOG0505**

### **Matematika szakmódszertan 2.**

**0+2 óra, 0+2 kredit, Gy**

**Tárgyfelelős: Herendiné Dr. Kónya Eszter**

**Előfeltétele: TMOE0504**

A matematika didaktikai kutatások főbb irányai, a magyar matematikatanítás vázlatos története, hagyományai. Matematikatanítás feladatok megoldásán keresztül. Munkaszervezési formák, motivációs lehetőségek, a tanulást és tanítást segítő eszközök megismerése. A tanulók differenciált oktatásának kérdései.

#### Irodalom:

Egy választott tankönyvcsalád, 5-12. évfolyam

Általános és középiskolai feladatgyűjtemények

Balla, Herendiné Kónya, Paulovits: A középiskolai matematikatanítás elméleti és gyakorlati kérdései, Debreceni Egyetemi Kiadó, Debrecen, 2015.

Balla, Herendiné Kónya, Paulovits: A kombinatorika, valószínűség, statisztika témakörök tanításának szakmódszertana, In. Revákné Markóczi (szerk.): Tanulmányok a levelező és részismereti tanárképzés tantárgypedagógiai tartalmi megújításáért – természettudományok, Debreceni Egyetemi Kiadó, Debrecen, 2015.

## **TMOE0401, TMOG0401**

### **Bevezetés a valószínűségszámításba és statisztikába 1.**

**2+2 óra, 3+2 kredit, K+Gy**

**Tárgyfelelős: Fülöp Erika**

**Előfeltétele: TMOE0207**

Események, eseménytér. Valószínűségi mező, kombinatorikus valószínűségszámítás, geometriai valószínűség. Feltételes valószínűség, függetlenség, a teljes valószínűség tétele. Bayes-tétel. Diszkrét és folytonos valószínűségi változók, eloszlásfüggvény, sűrűségfüggvény. Várható érték, szórás. Nevezetes diszkrét eloszlások: binomiális, hipergeometrikus, negatív binomiális, Poisson eloszlás. Nevezetes folytonos eloszlások: egyenletes, exponenciális, normális eloszlás. Valószínűségi változók együttes eloszlása és függetlensége. Kovariancia, korrelációs együttható. Egyenlőtlenségek. Nagy számok törvényei. A központi határeloszlás tétele. A statisztika alapfogalmai, sokaságok, mérési skálák. Egyszerű elemzések, a grafikus ábrázolás alapjai, Glivenko-Cantelli-tétel.

#### Irodalom:

Fazekas István: Valószínűségszámítás. Debreceni Egyetemi Kiadó, Debrecen, 2009.

Bevezetés a matematikai statisztikába (egyetemi jegyzet, szerk.: Fazekas István), Debrecen, 2003.

W. Feller: Bevezetés a valószínűségszámításba és alkalmazásaiba, Műszaki Könyvkiadó, 1978.

Denkinger Géza: Valószínűségszámítási gyakorlatok, 1977.  
Hunyadi László, Vita László: Statisztika I-II., Aula Kiadó, Budapest, 2008.

#### **TMOE0606**

##### **Matematikatörténet**

**2+0 óra, 3+0 kredit, K**

**Tárgyfelelős: Dr. Varga Nóra**

**Előfeltétele: nincs**

A tárgy matematikatörténeti érdekességeket mutat be a matematika különböző területeiről. Sorra veszi az ókor és középkor legfontosabb matematikusait, problémáit, majd az egyes tudományágak fejlődését külön-külön tárgyalja a legfontosabb művelőin keresztül. Bemutatja a matematika fejlődésében fontos szerepet játszó magyar (pl. Bolyai Farkas és János, Erdős Pál) illetve debreceni kötődésű matematikusokat (pl. Segner János, Maróthi György) is.

##### Irodalom:

Dávid Lajos: A két Bolyai élete és munkássága. Gondolat, Budapest, 1979.

Sz. G. Gingyikin: Történetek fizikusokról és matematikusokról, Typotex, Budapest, 2003.

A.P. Juskevics: A középkori matematika története. Gondolat, Budapest, 1982.

E. Kofler: Fejezetek a matematika történetéből. Gondolat, Budapest, 1965.

Kántor Sándorné: Maróthi György. Természet Világa, 2015.

Szénássy Barna: A magyarországi matematika története – A XX. század elejéig. Polygon, Szeged, 2008.

B.L. van der Waerden: Egy tudomány ébredése. Gondolat, Budapest, 1977.

Sain Márton: Nincs királyi út!, Gondolat, Budapest, 1986.

#### **TMOG0506**

##### **Problémamegoldó szeminárium**

**0+3 óra, 0+3 kredit, Gy**

**Tárgyfelelős: Herendiné Dr. Kónya Eszter**

**Előfeltétele: TMOE0504**

Felkészítés a tehetséggondozásra. Problémamegoldási stratégiák megismerése. A stratégiák szerinti csoportosításban önálló feladatmegoldás a matematika különböző területeihez kötődően. A metakognitív képességek fejlesztése a feladatok megoldásának bemutatásán keresztül.

##### Irodalom:

Pólya György: A gondolkodás iskolája, Gondolat, Budapest, 1977.

Általános és középiskolai versenyek feladatai

#### **TMOG0901**

##### **Általános tájékoztatás**

**0+1 óra, 0 kredit, A**

**Előfeltétele: nincs**

Tanulmányaik első félévében a matematikatanár szakos hallgatók tájékoztatást kapnak az egyetemi képzésükkel kapcsolatban felmerülő kérdésekről.

## **Középiskolai matematikatanár képzés: önálló szakasz tárgyai**

### **TMOE0111, TMOG0111**

#### **Kombinatorika és gráfelmélet**

**3+2 óra, 4+2 kredit, K+Gy**

**Tárgyfelelős: Dr. Nyul Gábor**

**Előfeltétele: nincs**

Alapvető leszámítási problémák: permutációk, variációk, kombinációk. Binomiális együtthatók tulajdonságai, binomiális és polinomiális tétel. Permutációk inverziói, paritása, szorzása, ciklusok. Szitaformula és alkalmazásai. Gráfelméleti alapfogalmak. Euler-vonal, Hamilton-út és -kör. Fák és erdők, feszítőfák, Prüfer-kód és Cayley-tétel. Páros gráfok. Síkbarajzolt gráfok, duális, Euler-formula, síkbarajzolható gráfok és jellemzésük. Gráfok csúcs- és élszínezései, kromatikus szám, az ötszintétel, kromatikus polinom, kromatikus index. Ramsey-elmélet alapjai. Gráfok mátrixai.

#### **Irodalom:**

Katona Gyula Y., Recski András, Szabó Csaba: A számítástudomány alapjai, Typotex, 2006.

Andrásfai Béla: Ismerkedés a gráfelmélettel, Tankönyvkiadó, 1985.

Hajnal Péter: Gráfelmélet, Polygon, 2003.

Hajnal Péter: Elemi kombinatorikai feladatok, Polygon, 2005.

N. J. Vilenkin: Kombinatorika, Műszaki Könyvkiadó, 1971.

Friedl Katalin, Recski András, Simonyi Gábor: Gráfelméleti feladatok, Typotex, 2006.

### **TMOE0110, TMOG0110**

#### **Számelmélet 2.**

**2+2 óra, 3+2 kredit, K+Gy**

**Tárgyfelelős: Dr. Bazsó András**

**Előfeltétele: TMOE0107**

Racionális számok közönséges és tizedes tört alakja, a periódus hossza. Nevezetes irracionális és transzcendens számok és előállításuk. Lineáris rekurzív sorozatok, generátorfüggvény, a Fibonacci-sorozat. Diofantikus approximáció és lánc törtek. Polinomiális diofantikus egyenletek: a Pell-egyenlet és a Fermat-egyenlet. Pseudoprímek, Carmichael-számok, valószínűségi prímtesztek, a Wilson-tétel. A kriptográfia elemei. Prímfaktorizációs algoritmusok.

#### **Irodalom:**

Freud Róbert, Gyarmati Edit: Számelmélet, Nemzeti Tankönyvkiadó, Budapest, 2004.

Sárközy András, Surányi János: Számelmélet – feladatgyűjtemény, Nemzeti Tankönyvkiadó, Budapest, 1999.

Erdős Pál, Surányi János: Válogatott fejezetek a számelméletből, Polygon, Szeged, 1996.

Gareth A. Jones, J. Mary Jones: Elementary Number Theory, Springer, London, 2005.

Neal Koblitz: A Course in Number Theory and Cryptography, Springer Verlag, 1994.

Ivan Niven, Herbert S. Zuckerman: Bevezetés a számelméletbe, Műszaki Kiadó, Budapest, 1978.

### **TMOG0508**

#### **Matematikatanítás a középiskolában 1.**

**0+2 óra, 0+2 kredit, Gy**

**Tárgyfelelős: Herendiné Dr. Kónya Eszter**

**Előfeltétele: TMOE0505**

A tanítandó ismeretek, a fejlesztési feladatok tervezése a középiskolában. Az egyes tematikai egységek tanításának nehézségei.

A számfogalom kialakítása a természetes számoktól a komplex számokig. Az analízis elemeinek tanítása. Az euklideszi geometria felépítése, az axiomatikus gondolkodás jellemzői. A valószínűségszámítás és a statisztika elemei. Haladottabb számelméleti ismeretek. Halmazok számossága.

#### **Irodalom:**

Egy választott tankönyvcsalád, 9-12. évfolyam

Czapáry-Gyapjas: Matematika 11-12. - Emelt szintű kiegészítő tananyag, Nemzeti Tankönyvkiadó, Budapest, 2013.

Közép és emelt szintű érettségi feladatsorok.

### **TMOG0509**

## **Matematikanítás a középiskolában 2.**

**0+2 óra, 0+2 kredit, Gy**

**Tárgyfelelős: Herendiné Dr. Kónya Eszter**

**Előfeltétele: TMOE0508**

A GeoGebra dinamikus geometriai szoftver felépítése, alkalmazása szemléltetésre, feladatmegoldásra különböző témakörökben. Az interaktív tábla bevonása a tanítási gyakorlatba.

Az ellenőrzés, értékelés kérdései. Tipikus gondolkodási hibák felismerése és javítása.

### Irodalom:

Egy választott tankönyvcsalád, 9-12. évfolyam

Szendrei Julianna: Gondolod, hogy egyre megy?, Typotex Kiadó, Budapest, 2005.

## **TMOE0109, TMOG0109**

### **Algebra 1.**

**2+2 óra, 3+2 kredit, K+Gy**

**Tárgyfelelős: Dr. Horváth Gábor**

**Előfeltétele: TMOE0105, TMOE0106**

Csoport definíciója, példák. Permutációk, előjel. Homomorfizmusok. Rend, ciklikus csoport. Részcsoport, generált részcsoport, Lagrange-tétel. Direkt szorzat, a véges Abel-csoportok alaptétele. Permutációcsoportok és csoporthatások, Cayley tétele. Homomorfizmusok és normálosztók, konjugálás. Faktorcsoport. Homomorfizmustétel. Izomorfizmustételek.  $p$ -csoportok alaptulajdonságai, centrum. Gyűrű definíciója, példák. Részgyűrűk, generált részgyűrű. Véges nullosztómentes gyűrűk. Homomorfizmusok és ideálok, faktorgyűrűk. Polinomgyűrűk. Euklideszi és főideálgyűrűk, a számelmélet alaptétele. Testek, egyszerű algebrai bővítések. Minimálpolinom. Fokszámtétel. Algebrai számok. A felbontási test konstrukciója. Karakterisztika, prímtest. Véges testek konstrukciója, primitív elem, véges testek résztestei.  $Z_p$  felett tetszőleges fokú irreducibilis polinom létezik. Geometriai szerkesztések: a kockakettőzés, a szögharmadolás és a körnégyeszőgésítés nem lehetséges.

### Irodalom:

Bálintné Szendrei Mária, Czédli Gábor, Szendrei Ágnes: Absztrakt algebrai feladatok, 2005, Polygon.

Kiss Emil: Bevezetés az algebraba, Elméleti matematika sorozat. Budapest, 2007, Typotex.

## **TMOE0208, TMOG0208**

### **Többváltozós függvények differenciál- és integrálszámítása**

**3+3 óra, 4+3 kredit, K+Gy**

**Tárgyfelelős: Dr. Páles Zsolt**

**Előfeltétele: TMOE0207**

A Banach-féle fixponttétel. Lineáris leképezések. A Fréchet-derivált; lánc-szabály, differenciálhatóság és műveletek. Lagrange-féle középérték-egyenlőtlenség. Inverz- és implicitfüggvény tétel. További deriváltfogalmak; a Fréchet-derivált reprezentációja. Folytonos differenciálhatóság és folytonos parciális differenciálhatóság; a differenciálhatóság elegendő feltétele. Magasabbrendű deriváltak; Schwarz–Young-tétel, Taylor-tétel. Lokális szélsőérték és Fermat-elv; a szélsőérték másodrendű feltétele. Riemann-integrál fogalma; műveleti tulajdonságok, integrálhatósági kritériumok, egyenlőtlenségek és középérték-tételek Riemann-integrálra. Riemann-integrál és egyenletes konvergencia kapcsolata. Lebesgue tétele. Fubini-tétel. Jordan-mérték és tulajdonságai; integrálás Jordan-mérhető halmazokon. Fubini-tétel normáltartományokon, integráltranszformáció. Korlátos változású függvények, totális variáció, Jordan dekompozíciós tétele. A Riemann–Stieltjes integrál és tulajdonságai. A parciális integrálás tétele. A Riemann–Stieltjes integrálhatóság elegendő feltétele és az integrál kiszámítása. Görbementi integrál; potenciálfüggvény és primitív függvény. Primitív függvény létezésének szükséges és elegendő feltételei.

### Irodalom:

Császár Ákos: Valós analízis I., II., Nemzeti Tankönyvkiadó, Budapest, 1999.

Lajkó Károly: Analízis III., Debreceni Egyetem, Matematikai és Informatikai Intézet, Debrecen, 2001.

Pál Jenő, Schipp Ferenc, Simon Péter: Analízis II., Tankönyvkiadó, Budapest, 1988.

Székelyhidi László: Többváltozós függvények differenciál- és integrálszámítása, Palotadoktor Bt., 2012.

## **TMOE0209, TMOG0209**

### **Alkalmazott és komplex analízis, differenciálegyenletek**

**2+2 óra, 3+2 kredit, K+Gy**

**Tárgyfelelős: Dr. Novák-Gselmann Eszter**

**Előfeltétele: TMOE0208**

Differenciálható, reguláris és egész függvények. Primitív függvény és vonalintegrál, Cauchy alaptétele, Cauchy

integrálformulái. Hatványsorok konvergenciája, Abel és Frobenius tétele. Reguláris függvények Taylor-sorfejtése. Laurent-sorfejtés. Zérushelyek és izolált szinguláris helyek. A reziduum-tétel. Rouché-tétel. Differenciálegyenletek osztályozása, elsőrendű differenciálegyenlet(rendszerek)re vonatkozó egzisztencia és unicitási tételek, a kezdeti értéktől való folytonos függés tétele. Elemi úton megoldható differenciálegyenletek, az  $y'=f(x)$  alakú differenciálegyenletek, szeparábilis differenciálegyenletek, változóban homogén differenciálegyenletek, elsőrendű lineáris differenciálegyenletek, egzakt differenciálegyenletek, magasabbrendű lineáris differenciálegyenletek, konstanssegélytűthetős differenciálegyenletek. Az átviteli elv. Nemlineáris egyenletek és egyenletrendszerek numerikus megoldása, az intervallumfelezési eljárás, a Newton-módszer és változatai. Konvergenciarend, lokális konvergencia. Szélsőértékfeladatok numerikus megoldása, a gradiens-módszer, a Gauss-Newton-módszer.

Irodalom:

Petruska György, Komplex függvénytan, Nemzeti Tankönyvkiadó, 1998.

V. I. Arnol'd, Közönséges differenciálegyenletek, Műszaki Kiadó, Budapest, 1987.

W. Walter, Gewöhnliche Differentialgleichungen -- Eine Einführung, 7. Auflage, Springer, 2000.

Stoyan Gisbert, Takó Galina, Numerikus módszerek I., ELTE- Typotex, Budapest, 1993.

**TMOE0309, TMOG0309**

**Differenciálgeometria**

**2+2 óra, 3+2 kredit, K+Gy**

**Tárgyfelelős: Dr. Muzsnay Zoltán**

**Előfeltétele: TMOE0306, TMOE0208**

Differenciálható görbék. Görbület, torzió. A görbeelmélet alaptétele. Felületek az euklideszi térben, különböző megadási módjaik. Az érintősík. A felület metrikus alapformája. Normálgörbület, főgörbületek, főirányok, szorzat- és összeggörbület. Görbe menti párhuzamos eltolás felületen. Az ívhossz variációs problémája. Geodetikusok. Geodetikus görbület. A geodetikusok minimalizáló tulajdonsága. A Gauss-Bonnet-tétel. Konstans görbületű felületek.

Irodalom:

Kozma László, Kovács Zoltán: Görbék és felületek elemi differenciálgeometriája, (jegyzet).

Szókefalvi-Nagy Gyula, Gehér László, Nagy Péter: Differenciálgeometria, Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1979.

Szilasi József: Bevezetés a differenciálgeometriába, Kossuth Egyetemi Kiadó, Debrecen, 1998.

Kurusa Árpád: Bevezetés a differenciálgeometriába, Polygon, Szeged, 1999.

**TMOE0402, TMOG0402**

**Bevezetés a valószínűségszámításba és statisztikába 2.**

**2+2 óra, 3+2 kredit, K+Gy**

**Tárgyfelelős: Dr. Sikolya-Kertész Kinga**

**Előfeltétele: TMOE0401**

Pontbecslések és tulajdonságaik. Pontbecslési módszerek. A statisztika nevezetes eloszlásai. Egymintás paraméteres próbák. Khi-négyzet próbák: illeszkedés-, függetlenség- és homogenitásvizsgálat. Két független mintás paraméteres próbák. Egy szempontú szórásanalízis. Egy és kétmintás nemparaméteres próbák. Kolmogorov-Szmirnov próbák. Többmintás homogenitásvizsgálat. Kétváltozós lineáris regresszió. Nemlineáris modellek. Többváltozós lineáris regresszió. Paraméterbecslések. Hipotézisvizsgálat a regressziós modellben. Szórásanalízis.

Irodalom:

Fazekas István: Valószínűségszámítás. Debreceni Egyetemi Kiadó, Debrecen, 2009.

Bevezetés a matematikai statisztikába (egyetemi jegyzet, szerk.: Fazekas István), Debrecen, 2003.

A. A. Borovkov: Matematikai statisztika, Typotex.

Hunyadi László, Vita László: Statisztika I-II., Aula Kiadó, Budapest, 2008.

**TMOG0310**

**Ábrázoló geometria**

**0+2 óra, 0+2 kredit, Gy**

**Tárgyfelelős: Dr. Szilasi Zoltán**

**Előfeltétele: nincs**

A Monge-projekció értelmezése. Pont, egyenes és sík ábrázolása, a térelemek kölcsönös helyzete. Metszési feladatok. Leforgatás, metrikus feladatok. Kocka, hasáb, gúla ábrázolása, metszése egyenessel és síkkal. Az

axometria alapjai. Térelemek kölcsönös helyzetének kifejezése és metszési feladatok megoldása axonometriában.

Irodalom:

Pék Johanna: Bevezetés az ábrázoló geometriába, 2012.

Bancsik Zsolt, Juhász Imre, Lajos Sándor: Ábrázoló geometria szemléletesen, 2006.

Zigány Ferenc: Ábrázoló geometria, Tankönyvkiadó, 1962.

**TMOE03011**

**Bevezetés a vektoranalízisbe**

**1+1 óra, 2+1 kredit, K**

**Tárgyfelelős: Dr. Vincze Csaba**

**Előfeltétele: TMOE0208**

Skalármezők. Szintgörbék és szintfelületek. A gradiens és geometriai jelentése. Vektormezők, a deriváltmátrix invariánsai: divergencia és rotáció (a deriváltmátrix ferdeszimmetrikus részének vektorinvariánsa). A Laplace operátor. Parametrizált görbék, görbementi integrál: a munka. Stokes-tétele a síkon és alkalmazásai: konzervatív vektormezők és potenciál (az integrál úttól való függetlensége, rotációmentes vektormezők, egzakt differenciálegyenletek). Parametrizált felületek, felületi integrál: a fluxus. A Gauss-Osztrogradszkij-tétel és Stokes tétele a térben.

Irodalom:

Laczkovich Miklós, T. Sós Vera, Valós Analízis II, Typotex, 2013.

M. H. Protter, H. F. Weinberger: Maximum Principles in Differential Equations, Springer New York, 1984.

Serény György, Formális és szemléletes vektoranalízis, Műegyetemi Kiadó, 2002.

Szolcsányi Endre: Differenciálgeometria és vektoranalízis, Tankönyvkiadó, 1973.

E. C. Young: Vector and tensor analysis, New York : M. Dekker, 1978.

**TMOG0507**

**Középiskolai versenyfeladatok**

**0+3 óra, 0+3 kredit, Gy**

**Tárgyfelelős: Herendiné Dr. Kónya Eszter**

**Előfeltétele: TMOE0506**

Különböző matematikai témakörökhöz kötődő versenyfeladatok megoldása változatos problémamegoldó stratégiák használatával. A magyar matematikai versenyrendszer megismerése. Feleletválasztó tesztek, kidolgozást igénylő feladatsorok, havi rendszerességgel beküldendő megoldások. A tehetségek kiválasztásának módszerei.

Irodalom:

A KÖMAL folyóirat aktuális számai.

Gordius versenyfeladatok

Megyei versenyek feladatai

Arany Dániel és OKTV feladatok



## **Általános iskolai matematikatanár képzés: önálló szakasz tárgyai**

**TMOE0115, TMOG0115**

**Fejezetek az algebrából és kombinatorikából**

**3+2 óra, 4+2 kredit, K+Gy**

**Tárgyfelelős: Dr. Bazsó András**

**Előfeltétele: TMOE0107**

Alapvető leszámítási problémák: permutációk, variációk, kombinációk. Binomiális együtthatók tulajdonságai, binomiális tétel. Skatulyaelv, szitaformula. Gráfelméleti alapfogalmak. Euler-vonal, Hamilton-út és -kör. Fák, erdők, páros gráfok. Permutációcsoportok. Csoport definíciója, elem rendje. Részcsoportok, Lagrange-tétel. Csoportmorfizmusok és izomorfizmusok, normálosztók és faktorcsoportok. Számelmélet gyűrűkben. Gauss-egészek. Legendre-szimbólum és Gauss-reciprocitás. Testek és testbővítések. Algebrai elemek foka, fokszám-tétel. Geometriai szerkeszthetőség, egyenletek megoldhatósága gyökképpel.

Irodalom:

Katona Gyula Y., Recski András, Szabó Csaba: A számítástudomány alapjai, Typotex, 2006.

Andrásfai Béla: Ismerkedés a gráfelmélettel, Tankönyvkiadó, 1985.

N. J. Vilenkin: Kombinatorika, Műszaki Könyvkiadó, 1971.

Kiss Emil: Bevezetés az algebra, Typotex Kiadó, 2007.

**TMOG0511**

**Matematikatanítás az általános iskolában 1.**

**0+2 óra, 0+2 kredit, Gy**

**Tárgyfelelős: Herendiné Dr. Kónya Eszter**

**Előfeltétele: TMOE0505**

Önálló felkészülés alapján egy-egy szemléltető eszköz bemutatása, példák az alkalmazására.

Hallgatói kiselőadások, mikrotanítások.

Óraterv készítése egy-egy kijelölt tanítási egységhez kötődően, bemutatása, érvelés a választott tanulói tevékenységek és feldolgozási módszerek mellett.

Csoportmegbeszélések koordinálása, irányítása.

Irodalom:

Kerettanterv, 5-8. évfolyam

Egy választott tankönyvcsalád, 5-8. évfolyam

Pálfalvi Józsefné: Matematika didaktikusan, Typotex Kiadó, Budapest, 2000.

Szendrei Julianna: Gondolod, hogy egyre megy?, Typotex Kiadó, Budapest, 2005.

Dienes Zoltán: Építsük fel a matematikát!, Edge 2000 Kft, 2015.

**TMOG0512**

**Matematikatanítás az általános iskolában 2.**

**0+2 óra, 0+2 kredit, Gy**

**Tárgyfelelős: Herendiné Dr. Kónya Eszter**

**Előfeltétele: TMOE0511**

Feladatmegoldás a GeoGebra szoftver alkalmazásával hallgatói számítógépeken, projektoros támogatással.

Tanegység tervezése az interaktív tábla alkalmazására. Hallgatói bemutató.

Tanulói dolgozatok javítása, elemzése önálló otthoni munkában, a tapasztalatokról beszámoló készítése és bemutatása.

Irodalom:

Egy választott tankönyvcsalád, 5-8. évfolyam

Szendrei Julianna: Gondolod, hogy egyre megy?, Typotex Kiadó, Budapest, 2005.

**TMOG0510**

**Általános iskolai versenyfeladatok**

**0+3 óra, 0+3 kredit, Gy**

**Tárgyfelelős: Herendiné Dr. Kónya Eszter**

**Előfeltétele: TMOE0506**

Különböző matematikai témakörökhöz kötődő versenyfeladatok megoldása változatos problémamegoldó stratégiák használatával. A magyar matematikai versenyrendszer megismerése. Feleletválasztó tesztek, kidolgozást igénylő feladatsorok, havi rendszerességgel beküldendő megoldások. A csapatversenyek jellemzői. A tehetségek kiválasztásának módszerei.

Irodalom:

Az ABACUS folyóirat aktuális számai.  
Zrínyi versenyfeladatok  
Bolyai csapatverseny feladatai  
Kalmár és Varga Tamás versenyek feladatai

**TMOE0210, TMOG0210**

**Fejezetek a klasszikus analízisből**

**3+3 óra, 4+3 kredit, K+Gy**

**Tárgyfelelős: Dr. Boros Zoltán**

**Előfeltétele: TMOE0207**

Folytonos függvények zérus-helyeinek közelítő meghatározása: intervallum-felezés, szelő-módszer, húr-módszer; a Newton-féle gyökkereső algoritmus. Az  $n$  dimenziós euklideszi tér. Sorozatok  $\mathbb{R}^n$ -ben. Topológiai alapismeretek  $\mathbb{R}^n$ -ben. Többváltozós függvények határértéke és folytonossága, a folytonos függvények alapvető tulajdonságai. Banach-féle fixpont-tétel. Kompakt halmazok Hausdorff-távolsága. Fraktálok konstrukciója és dimenziója. Többváltozós függvények parciális deriváltjai, differenciálhatósága. Műveleti szabályok, az összetett függvény deriváltja. Szélsőérték-számítás. Szukcesszív integrálás. Terület- és térfogatszámítás. Görbék és ívhosszuk. Az integrálási szabályok alkalmazásaival nyerhető nevezetes improprius integrálok és rekurziós formulák, illetve ezek alkalmazásai végtelen szorzatok becslésére: a Wallis-formula és a Stirling-formula. Elemi úton megoldható közönséges differenciál-egyenletek: szeparábilis és lineáris egyenletek. Alkalmazások (szaporodási és bomlási folyamatok).

Irodalom:

Császár Ákos: Valós analízis I–II, Nemzeti Tankönyvkiadó, Budapest, 1999.  
J. Havil: Gamma: Exploring Euler's Constant, Princeton University Press, 2003.  
Lajkó Károly: Analízis III., Debreceni Egyetem, Mat. és Inf. Intézet, Debrecen, 2001.  
Lajkó Károly: Differenciálegyenletek, Debreceni Egyetem Mat. és Inf. Intézet, 2002.  
Móricz Ferenc: Numerikus analízis I, Tankönyvkiadó, Budapest, 1990.  
Pál Jenő, Schipp Ferenc, Simon Peter: Analízis II, Tankönyvkiadó, Budapest, 1988.  
Stoyan Gisbert: Numerikus módszerek I, Typotex Kiadó, Budapest, 2002.  
Walter Rudin: A matematikai analízis alapjai, Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1978.

**TMOG0310**

**Ábrázoló geometria**

**0+2 óra, 0+2 kredit, Gy**

**Tárgyfelelős: Dr. Szilasi Zoltán**

**Előfeltétele: nincs**

A Monge-projekció értelmezése. Pont, egyenes és sík ábrázolása, a térelemek kölcsönös helyzete. Metszési feladatok. Leforgatás, metrikus feladatok. Kocka, hasáb, gúla ábrázolása, metszése egyenessel és síkkal. Az axonometria alapjai. Térelemek kölcsönös helyzetének kifejezése és metszési feladatok megoldása axonometriában.

Irodalom:

Pék Johanna: Bevezetés az ábrázoló geometriába, 2012.  
Bancsik Zsolt, Juhász Imre, Lajos Sándor: Ábrázoló geometria szemléletesen, 2006.  
Zigány Ferenc: Ábrázoló geometria, Tankönyvkiadó, 1962.