

# M.Sc. diplomamunka témahirdetés, 2021

## DE TTK MATEMATIKAI INTÉZET

Ssz.	Oktató	Témacím	Nyelv	Előfeltétel
1.	Boros Zoltán	<i>Függvényegyenletek hasznossági függvényekre*</i>	angol	A téma foglalt (Tóth Péter I. alk. mat. MSc)
2.	Boros Zoltán	<i>Transzláció-egyenlet és iterációk</i>	angol	
3.	Burai Pál	<i>Téma a konvex optimalizálás köréből</i>	angol	
4.	Fazekas Borbála	<i>Parciális differenciálegyenletek megoldásának numerikus módszerei</i>	angol	Parciális differenciálegyenletekre vonatkozó ismeretek szükségesek.
5.	Fazekas István	<i>A gépi tanulás matematikai háttere</i>	angol	Python vagy Matlab programcsomag
6.	Fazekas István	<i>Hálózatok fejlődési modelljei</i>	angol	valószínűségi számítás
7.	Figula Ágota	<i>Klein gyöngyök</i>	angol	
8.	Gáll József	<i>Kötvénypiacok, kötvény- és kamatlábderivatívák</i>	angol	pénzügy szakirány
9.	Gát György	<i>Convergence properties of multidimensional trigonometric Fourier series</i>	angol	
10.	Gát György	<i>Properties of the one and multidimensional Hilbert transform</i>	angol	
11.	Muzsnay Zoltán	<i>Téridő-geometria</i>	angol	
12.	Nagy Ábris	<i>Geometriai tomográfia</i>		
13.	Nagy Gergő	<i>Reprezentációs tételek a funkcionálanalízisben</i>	angol	TTMME0203
14.	Novák-Gselmann Eszter	<i>Differenciáloperátorok jellemzései operátoregyenletekkel</i>	angol	
15.	Nyul Gábor	<i>Kombinatorikus számok általánosításai*</i>		
16.	Tengely Szabolcs	<i>A Gion shrine probléma</i>	angol	SageMath, LaTeX
17.	Vincze Csaba	<i>Alternatív geometriák (az ortogonális csoport nem tranzitív részcsoportjai)*</i>	angol	
18.	Vincze Csaba	<i>Szimmetrikus polinomok által indukált Minkowski-funkcionálok</i>	angol	a differenciálható sokaságokkal kapcsolatos alapvető ismeretek szükségesek

A \*-gal megjelölt témák konkrét hallgatóval történt egyeztetés után kerültek meghirdetésre, így foglaltak.

A diplomamunka témára történő jelentkezéshez a téma kiírójával történő előzetes egyeztetést és a jelentkezés engedélyezését követően, a TTK honlapjáról letölthető jelentkezési lapot (aláírások nélkül) Kovácsné Kiss Adriennek ([adrienn.kiss@science.unideb.hu](mailto:adrienn.kiss@science.unideb.hu)) kell elküldeni e-mailben, legkésőbb 2021. május 8-ig.

# Témaleírások

1. A dolgozat célja nevezetes (pl. Cobb–Douglas típusú) hasznossági függvények jellemzése függvényegyenletek és természetes regularitási feltételek segítségével.
2. A transláció egyenlete:  $f(f(x, t), s) = f(x, t + s)$ , ami speciális esetként tartalmazza az iteratív (fél)csoportokat. Célunk az egyenlet általános megoldásának ismertetése, valamint kitekintés a speciális függvényosztályok beágyazhatóságára illetve az iteratív gyökök létezésére vonatkozó eredmények és problémák irodalmára.
3. -
4. A dolgozat célja a parciális differenciálegyenletek megoldására szolgáló véges elem módszer alapjainak a bemutatása.
5. A gépi tanulás gyorsan fejlődő eszköztárából (MLP, CNN, SVM,...) egy konkrét eszköz bemutatása és annak tanításának matematikai háttere. Szoftveres alkalmazás.
6. A napjainkban népszerű hálózatelmélet alapjainak megismerése és egy konkrét matematikai modell részletes elemzése. Mód van saját kutatások elkezdésére is.
7. Az emberiséget hosszú idő óta elbűvölik a különféle szimmetriákat megjelenítő, ismétlődő motívumok. A hiperbolikus geometria megszületése sokkal gazdagabb mintázatokat tett lehetővé. A diplomamunkában Möbiusz transzformációkat szeretnénk vizsgálni, a segítségükkel létrehozott mintázatokat szeretnénk elemezni és a számítógépes szimulációjukhoz szükséges programokat szeretnénk megismerni.
8. A kötvénypiacok és kapcsolódó kamatlábstruktúrák modellezésének szakirodalma nagyon gazdag. Számos alapvető származtatott értékpapír épül ezen alapobjektumokra, például kamatlábderivatívák. A hallgató feladata néhány (pl. short rate vagy forward rate) modell megismerése lenne, abban árfolyamatok szimulációja, derivatívák árának becslése, kapcsolódó statisztikai kérdések vizsgálata.
9. Investigation of the convergence properties of multidimensional trigonometric Fourier series: Rectangular, triangular and spherical partial sums and means. The main aim is to describe some known summability methods: Cesaro, de la Vallee-Poussin, Picard and Bessel, Riesz and Weierstrass means. An outlook to theta summation.
10. The Hilbert and the maximal Hilbert transforms play a key role in the theory of trigonometric Fourier series. Plan: The description of their properties with the help of Calderon-Zygmund decompositions, the proof that these operators are bounded from the Lebesgue space  $L^p$  to  $L^p$  for any finite number  $p > 1$ . Discussion of the case  $p = 1$ .
11. -
12. A geometriai tomográfia célja, hogy információt szerezzünk olyan geometriai alakzatokról, amelyeknek csak metszeteit, vetületeit, vagy esetleg ezeket együttesen ismerjük. A geometria szó itt arra utal, hogy a vizsgált objektum homogén, így annak csak az alakja fontos számunkra. A geometriai tomográfia egy speciális változata az általánosabb tomográfiának (vagy számítógépes tomográfiának, amelyet az angol rövidítése alapján legtöbbször CT (Computed Tomography) néven ismernek). Így a geometriai tomográfiában szereplő problémák vizsgálhatók az általános tomográfia módszereivel, ugyanakkor a probléma specialitását kihasználva olyan kérdések megválaszolására is lehetőség nyílik, mint a megoldás egyértelműsége, illetve a közelítő megoldások keresése, különösen a konvex alakzatok esetén.
13. A funkcionálanalízisbeli reprezentációs tételek olyan állítások, melyek leírják bizonyos tulajdonságú leképezések általános alakjait. Többségük olyan folytonos lineáris funkcionálokra vonatkozik, melyek az említett diszciplínában különösen fontos speciális tereken vannak értelmezve, például Hilbert-tereken és függvénytereken. Az utóbbi eredmények között található Riesz Frigyes jól ismert alapvető tételei. Az előbbi eredményekhez kapcsolódó ismeretanyagot túl, az absztrakt operátoralgebrák reprezentációinak és homomorfizmusainak struktúrája is tárgyalásra kerülne.
14. A valós analízis kurzusok során a differenciálhányados fogalmának bevezetése után az egyik legfontosabb kérdés, amelyet tisztázni szoktunk az az, hogy ennek a fogalomnak milyen a kapcsolata a műveletekkel. Ennek eredményeként adódnak az úgynevezett differenciálási szabályok (mint például az összeg, a szorzat vagy az összetett függvény differenciálási szabálya). Ha  $[a, b]$  a számegyenes egy kompakt intervalluma,  $C^1([a, b])$ , illetve  $C([a, b])$  jelölik az  $[a, b]$  intervallumon értelmezett egyszer folytonosan differenciálható, illetve az  $[a, b]$  intervallumon értelmezett folytonos függvények tereit, akkor a fentiek értelmében a  $D(f) = f'$

módon megadott  $D$  leképezés egy, a  $C([a, b])$  téren értelmezett és a  $C([a, b])$  térbe képező lineáris operátor, mely (többek között) kielégíti az ún. Leibniz-szabályt is, a szorzat differenciálási szabálya miatt. Az egyetemi kurzusok során nem tárgyalt és kevésbé ismert témakör (mely ennek a munkának a fő célkitűzése lenne) az az, hogy az előbbi állításnak a megfordítása is igaz: bizonyos enyhe feltételek mellett azok a  $T : C([a, b]) \rightarrow C([a, b])$  operátorok, melyek kielégítik a Leibniz-szabályt, lényegében a differenciáloperátorok, még abban az esetben is, ha  $T$ -ről linearitást nem teszünk fel.

15. -

16. Japánban a 18. században nem volt szokatlan a templomokban és más szent helyeken elhelyezett sangaku. Ezek matematikai feladványok, sokszor valamilyen geometriai problémához kapcsolódóan. Több ilyen "fejtörő" hosszú ideig megoldatlan maradt. A diplomamunka keretében egy olyan kérdéssel foglalkozunk, amelyre több megoldás is ismert. Az egyik ezek közül az elliptikus görbék elméletén alapszik. Ennek segítségével az is igazolhatóvá vált, hogy a problémában felmerülő ismeretlenek nem lehetnek egyszerre racionális számok. Azt szeretnénk kideríteni létezhetnek-e olyan megoldások, ahol a változók egy adott másodfokú/negyedfokú számtest elemei.

17. Ha az ortogonális csoport egy zárt  $G$  részcsoportha nem tranzitív az euklideszi egységgömbön, akkor megadható az origót a belsejében tartalmazó,  $G$ -invariáns konvex test úgy, hogy az indukált Minkowski-funkcionál nem belső szorzatból származó norma, de  $G$  elemei lineáris izometriák maradnak. Ez az euklideszi geometria alternatívája a  $G$  csoport számára.

Irodalom

Cs. Vincze, Lazy orbits: an optimization problem on the sphere, J. of Geom. and Phys. Vol. 124, pp. 180-198 (2018).

18. Megvizsgáljuk a szimmetrikus polinomok által indukált Minkowski-funkcionálok alapvető tulajdonságait, külön figyelmet szentelve a 2- és a 3-dimenziós eseteknek. A szakirodalom tanulmányozása során a Finsler-felületek (terek) kontextusában is elhelyezzük az eredményeket.

Irodalom

Cs. Vincze, T. Khoshdani, M. Oláh, On generalized Berwald surfaces with locally symmetric fourth root metrics, Balkan Journal of Geometry and Its Appl., Vol. 24 (2019), No. 2., pp. 63-78.