

Maróthi György Emlékverseny, 2019. október 25. – november 22.

– Versenykiírás –

Alapvető tudnivalók

Ezúton tájékoztatjuk az érdeklődőket, hogy a Debreceni Egyetem Matematikai Intézete és a Matematikus Tudományos Diákkör versenyt hirdet azon hallgatók számára, akik a 2019/2020-as tanév őszi szemeszterében a Debreceni Egyetem első- vagy másodéves B.Sc., illetve osztatlan tanárképzésében vesznek részt. A verseny egyéni, külön nevezést nem igényel és a középiskolás anyagra támaszkodik; a feladatsor kidolgozására a fejlécben megjelölt időszak áll rendelkezésre. A feladatsort 2019. október 25-én délből tesszük hozzáférhetővé az Intézet honlapján:

www.math.unideb.hu

Elérés: Hallgatóknak » Versenyek » Maróthi György Emlékverseny

Szervezők

<i>dr. Boros Zoltán</i>	<i>(Matematikai Intézet TDK felelőse, Analízis Tanszék)</i>
<i>dr. Bessenyei Mihály</i>	<i>(Verseny titkára, Analízis Tanszék)</i>
<i>dr. Kovács Zoltán</i>	<i>(Geometria Tanszék)</i>
<i>dr. Lovas Rezső</i>	<i>(Analízis Tanszék)</i>
<i>dr. Pongrácz András</i>	<i>(Algebra és Számelmélet Tanszék)</i>
<i>dr. Horváth Gábor</i>	<i>(Morgan Stanley)</i>

A verseny támogatója

Az idei verseny támogatója a Morgan Stanley Magyarország Kft. Főljánlásuk alapján a verseny első három helyezettje egyszeri ösztöndíjkiegészítést kap. Támogatásukat köszönjük!

Formai elvárások

Kérjük, minden beadott lapon tüntesse föl nevét és az aktuális feladat sorszámát. Az új feladatokat új lapra kezdje kidolgozni. Törekedjen az áttekinthető, jól olvasható írásra, világos fogalmazásra. A megoldásokat névvel ellátott zárt borítékban, Bessenyei Mihálynak címezve lehetőleg személyesen adja le az Intézet adminisztrációján (M427-es szoba).

Beadási határidő: 2019. november 22. (péntek), 12.00.

Etikai elvárások

A feladatok megoldásához bármilyen irodalom fölhasználható a forrás pontos föltüntetése mellett. A verseny egyéni munkát föltételez. Amennyiben a másokkal való együttműködés illetve közös munka ténye megállapítást nyer, az érintettet vagy érintetteket kizárjuk a versenyből.

Eredményhirdetés: 2019. december 5. (csütörtök), 18.00, M426.

Maróthi György Emlékverseny, 2019. október 25. – november 22.

– Feladatsor –

1. feladat. *Egy fehér színű konvex poliéder lapjai közül néhányat feketére festünk úgy, hogy bármely két fekete lap nem rendelkezik közös poliéder éllel. (Pl. a fekete-fehér facilabdán a fekete ötszögek így helyezkednek el.) Bizonyítsa be, hogy ha a fekete lapok területösszege nagyobb a poliéder felszínének felétől, akkor a poliédernek nincs beírt gömbje!*

(Javasolta: Kovács Zoltán)

2. feladat. *Ismeretes, hogy egy háromszögben a beírt kör r sugara, a körülírt kör R sugara és a két kör középpontjának d távolsága között fennáll a $d^2 = R^2 - 2Rr$ összefüggés (Euler tétele). Legyen adva a síkon két kör, melyek teljesítik Euler tételét. Szerkesszen derékszögű háromszöget, amelynek a kisebbik kör beírt köre, a nagyobbik pedig körülírt köre!*

(Javasolta: Kovács Zoltán)

3. feladat. *Két testvér ugyanabba a 31-es létszámú osztályba jár. Egy gyors soraközónál mindenki találomra áll be ugyanabba a sorba.*

- (1) *Mennyi a valószínűsége, hogy a két testvér között pontosan 10-en állnak?*
- (2) *Hogy változik az eredmény, ha sor helyett körbe állnak?*

(Javasolta: Lovas Rezső)

4. feladat. *Bizonyítsa be, hogy ha $a, b, c > 1$, akkor*

$$\log_a \frac{b+c}{2} + \log_b \frac{c+a}{2} + \log_c \frac{a+b}{2} \geq 3.$$

(Javasolta: Lovas Rezső)

5. feladat. *Felírjuk cédulákra az összes olyan 32-jegyű számot, amiben csak a 0, 1, 3, 5, 6, 7, 9 számjegyek szerepelnek, és mindegyik legalább kétszer és legfeljebb hétszer. Ezután véletlenszerűen sorsolunk egy cédulát. Melyik a valószínűbb: hogy a kihúzott szám 5-tel osztható, vagy hogy páros?*

(Javasolta: Pongrácz András)

6. feladat. *Dobunk egy szabályos dobókockával, és eldönthetjük, hogy elvisszük a dobott összeget nyereményként, vagy újra dobunk. Utóbbi esetben elfelejtjük az első dobás eredményét, és csak a második dobás számít. A második dobás esetén még egyszer újradozhatunk, ha akarunk, de akkor a harmadik dobás értékét el kell vinni. Mennyi a játék során nyerhető összeg várható értéke, és mi az optimális játékstratégia?*

(Javasolta: Horváth Gábor, Morgan Stanley)

Minden feladat 5 pontot ér; a sorrend nem feltétlenül tükrözi a feladatok nehézségét.